

Μαθηματικά Γ Λυκείου
Θετικής Κατεύθυνσης
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς

6-10-2004

Θέμα 1^ο:

- A. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός: $z = \frac{4+2i}{4-2i}$
- α. Να γράψετε τον z στη μορφή $\alpha + \beta i$.
β. Να βρείτε το μέτρο του z .
γ. Να βρείτε τον συζυγή του z .
δ. Αν $w = \chi + \psi i$ να βρεθούν τα χ, ψ ώστε $z + \bar{z} - \bar{w} = |z| \bar{z}$.
- B. Αν $\alpha, \beta, z \in \mathbb{C}$, $\alpha \neq \beta$ και $|\alpha| = |\beta| = 1$ να δείξετε ότι ο αριθμός
 $w = \frac{z + \alpha\beta\bar{z} - (\alpha + \beta)}{\alpha - \beta}$ είναι φανταστικός αριθμός.

Θέμα 2^ο:

- Δίνεται η συνάρτηση $f(z) = \frac{iz - 3 + 2i}{z - 2}$ με $\alpha = z - 2$ και $\beta = f(z) - i$.
- α. Να δείξετε ότι $\alpha\beta = -3 + 4i$
β. Να βρείτε το α αν είναι $\alpha = \beta$
γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(z) = 1 - i$
δ. Αν $f(z) \in \mathbb{R}$ να βρείτε την εικόνα $M(\chi, \psi)$ που διαγράφει ο z .



Καλή επιτυχία
Γ. Καριπίδης, Μαθηματικός